

- 1) Dada uma relação $r: \mathbb{P}(X \times Y)$; defina um operador que seja capaz de inverter a origem com o destino de cada par ordenado que componha essa relação (inversão da relação).
- 2) Seja $s: \mathbb{P}(X)$; defina um operador que seja capaz de fazer a união generalizada, $\cup(_)$, dos elementos de s . Exemplo: para $s = \{\{1, 2, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 6, 7\}\}$, então $\cup(s) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$.
- 3) Considere as seguintes definições genéricas:

$[X, Y]$	
$_ \oplus _: \mathbb{P}(X \times Y) \times \mathbb{P}(X \times Y) \rightarrow \mathbb{P}(X \times Y)$	operador overriding (sobreposição)
$_ \triangleleft _: \mathbb{P}(X) \times \mathbb{P}(X \times Y) \rightarrow \mathbb{P}(X \times Y)$	operador subtração do domínio
$\forall r, t: \mathbb{P}(X \times Y); S: \mathbb{P}(X) \bullet$	
$S \triangleleft r = \{a: X; b: Y / a \in S \wedge a r b \bullet a \mapsto b\}$	
$r \oplus t = (\text{dom } t \triangleleft r) \cup t$	

Se, $old = \{x \mapsto 1, x \mapsto 2, x \mapsto 3, y \mapsto 1, y \mapsto 2, y \mapsto 3, z \mapsto 1, z \mapsto 2, z \mapsto 3\}$ e

$new = \{y \mapsto 5, y \mapsto 6, y \mapsto 7, z \mapsto 8, w \mapsto 8, w \mapsto 9\}$, que resultado produz $old \oplus new$? Faça um esboço gráfico que represente fielmente a produção desse resultado.

- 4) O que faz o operador mx descrito no axioma a seguir? Faça outro axioma que recupere o valor m produzido por uma aplicação do operador mx .

$mx(_): \mathbb{P}(\mathbb{Z}) \rightarrow \mathbb{P}(\mathbb{Z}) \times \mathbb{Z}$
$\forall S: \mathbb{P}(\mathbb{Z}); m: \mathbb{Z} \mid S \neq \emptyset \wedge m \in S \wedge (\forall n: S \bullet m \geq n) \bullet mx(S) = S \mapsto m$

- 5) Considere as seguintes atribuições de valor (enumeração): $X = \{1, 2, 3\}$ $Y = \{a, b, c\}$
Marque 'V' ou 'F' para as definições verdadeiras ou falsas, respectivamente, dadas a seguir.

- | | |
|--|--|
| () Se $v: X$, então $v = \{\}$ é um valor possível. | () O produto cartesiano é o conjunto formado por todos os pares ordenados possíveis entre dois conjuntos universos. |
| () Se $v: \mathbb{P}(X)$, então $v = \{1, 2, 3\}$ é um valor possível para v . | () $\emptyset \subseteq X$. |
| () $\mathbb{P}(Y) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$. | () $\emptyset \subseteq \mathbb{P}(X)$. |
| () $\# \mathbb{P}(X) = 7$. | () $\emptyset \in \mathbb{P}(X)$. |
| () $\#(X \times Y) = 9$. | () Uma relação r entre X e Y é um conjunto de pares ordenados tal que $r \subseteq \mathbb{P}(X \times Y)$. |
| () $v: \mathbb{P}(\mathbb{P}(Y))$ significa que v pode ser associada com um conjunto de subconjuntos de elementos Y . | () $\{1, 2\} \subseteq \mathbb{P}(X)$. |
| () $v: X \times Y$ indica que v é o conjunto de todos os pares ordenados possíveis entre X e Y . | () $\{1, 2\} \in \mathbb{P}(X)$. |
| () $v: \mathbb{P}(X \times Y)$ significa que pode existir uma relação entre X e Y . | () $1 \mapsto a \in X \times Y$. |
| () Uma relação é uma restrição sobre o produto cartesiano. | () $\{1 \mapsto a\} \subseteq X \times Y$. |
| | () $\{1 \mapsto a\} \in \mathbb{P}(X \times Y)$. |

- 5) Seja $f: X \mapsto \mathbb{Z}$. Faça a definição de um operador capaz de produzir o conjunto de todos os pares ordenados $X \times \mathbb{Z}$ cujo valor inteiro do destino seja o elemento de maior valor pertencente à imagem de f .
- 6) Sabendo que $X = \{a, b, c, d, e\}$; $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $Z = \{\#, \$, *, +, ?\}$, para cada declaração feita a seguir, dê um exemplo de um possível valor que pode ser associado com a variável declarada. Faça também um esboço gráfico que represente esse valor no universo considerado. Se esse valor for um conjunto, a cardinalidade desse conjunto deve ser, no mínimo, 4.
 - a. $f: X \mapsto Y$. Responda: qual é o valor de $\text{ran } f$?
 - b. $r: \mathbb{P}(Y \times Z)$. Responda: qual é o valor de $\text{dom } r$?
 - c. Qual é o valor de $f \circ r$, sabendo que $f \circ r = \{x: X; z: Z / (\exists y: Y / (f(x) = y \wedge y r z)) \bullet x \mapsto z\}$;
 - d. Qual é o valor de $\text{dom}(f \circ r) \triangleleft f$, onde $C: \mathbb{P}(X)$; $f: \mathbb{P}(X \times Y)$ e $C \triangleleft r = \{a: C; b: B / a r b \bullet a \mapsto b\}$.
- 7) Sabendo que $X = \{a, b, c, d, e\}$; $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $Z = \{\#, \$, *, +, ?\}$, para cada declaração feita a seguir, dê um exemplo de um possível valor que pode ser associado com a variável declarada. Faça também um esboço gráfico que represente esse valor no universo considerado. Se esse valor for um conjunto, a cardinalidade desse conjunto deve ser, no mínimo, 4.
- 8) Faça um operador (SumRel) que ao receber como argumento uma relação entre X e $\mathbb{Z}$, seja capaz de somar todos os elementos inteiros relacionados.
- 9) O identificador [TIME] REPRESENTA O CONJUNTO UNIVERSO dos times de futebol. Sabemos que um campeonato é feito pelos confrontos de times contra times, exceto que um time não se confronta com ele próprio e que nem todos os times participam de um mesmo campeonato. Para cada confronto no campeonato, o time vitorioso ganha 3 pontos e o perdedor ganha 0 pontos, se houver empate cada time ganha 1 ponto. A classificação de um time no campeonato é determinada pela somatória de todos os pontos conquistados nos confrontos realizados. Faça as seguintes definições:
 - a) Defina a estrutura da tabela de confrontos que contemple a condição: "um time não joga contra ele mesmo";
 - b) Defina a estrutura da tabela de pontos acumulados pelos times;
 - c) Faça um operador que dado o nome da equipe e o total de pontos $\{3, 2, 1\}$ que ela conquistou em um determinado confronto, que seja capaz de acumular, coerentemente, esses pontos na tabela de pontos.
 - d) Faça uma função que seja capaz de dar a classificação dos times no campeonato.